

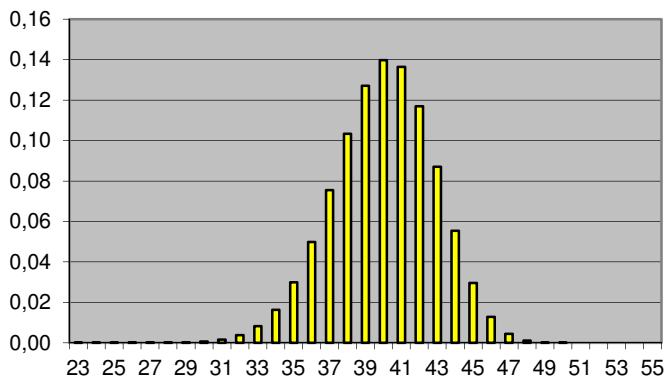
Achten Sie darauf, dass alle Lösungsschritte nachvollziehbar sein müssen!

I. STOCHASTIK

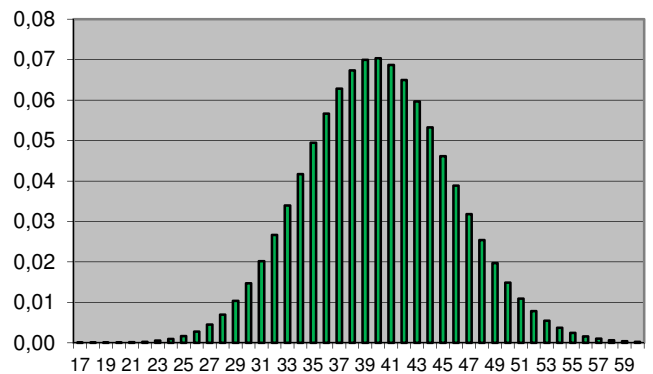
Eine Süßwarenfirma stellt Schokoladenkugeln mit unterschiedlicher Füllung her. Bei der automatischen Produktion treten erfahrungsgemäß 20% unbrauchbare Kugeln auf (mangelhafte Form, unzureichende Oberfläche usw.), die dann im Fabrikverkauf billiger abgegeben werden.

1. Wir betrachten eine Produktion von $n = 200$. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der unbrauchbaren Kugeln. Sie werden im Verlauf der Aufgabe als defekt bezeichnet.
- a) Welche der abgebildeten Verteilungen beschreibt die Zufallsgröße X ? Begründung!

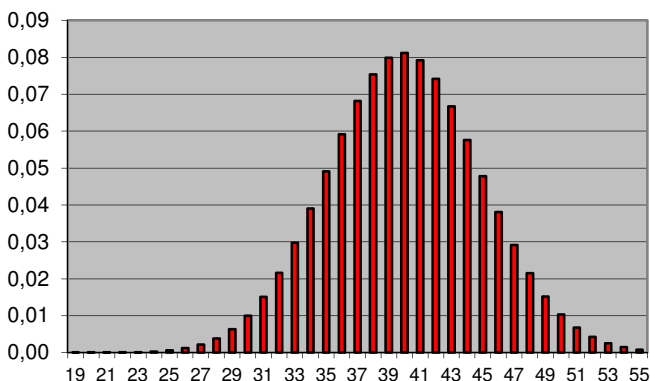
(1)



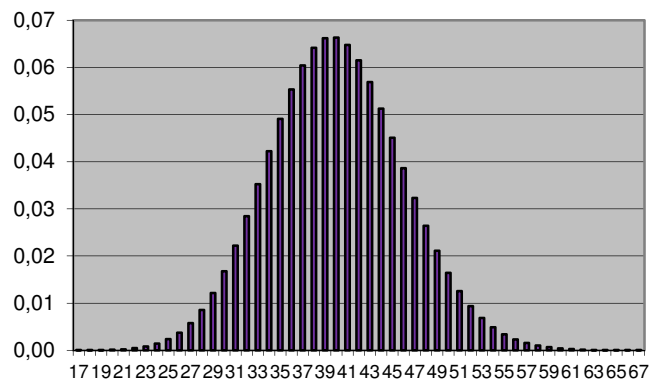
(2)



(3)



(4)



- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind von 200 genauer untersuchten Kugeln genau 40 defekt?
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind von 200 Kugeln mehr als 35, aber weniger als 45 defekte?
- d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der defekten Schokoladenkugeln im $1-\sigma$ -Bereich um den Erwartungswert liegt?
2. Ein Selbstbedienungsautomat ist mit einer großen Anzahl von – äußerlich ununterscheidbaren – Schokoladenkugeln gefüllt. Es handelt sich um Marzipankugeln und um Kugeln mit einer minderwertigen Zuckerfüllung. Auf dem Automaten steht "Garantiert mindestens 30% Marzipankugeln". Nachdem sich einige Kunden beschwerten, es seien zu wenig Marzipankugeln im Automaten, soll dies getestet werden.
- a) Man entnimmt eine Stichprobe von 100 Kugeln. Wie muss ein Annahmehereich für die Nullhypothese "mindestens 30% Marzipankugeln" lauten, wenn die Irrtumswahrscheinlichkeit 10% nicht übersteigen soll?
- b) Wie groß ist der tatsächliche Fehler?
- c) Angenommen, der Anteil der Marzipankugeln sei tatsächlich nur 20%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, den Anteil der Marzipankugeln zu überschätzen, wenn man als Annahmehereich " $k \geq 20$ " verwendet?
- d) Nehmen Sie kurz zur Qualität dieses Tests (Nr. 2c) Stellung und machen Sie einen Vorschlag zur Verbesserung.

II. ANALYTISCHE GEOMETRIE

Gegeben sind vier Punkte im \mathbb{R}^3 : $A(2 \mid 1 \mid 1)$, $B(3 \mid 0 \mid -1)$, $C(4 \mid 1 \mid 0)$ und $D(-2 \mid 3 \mid 6)$.

1. Zeigen Sie: A, B, C, und D liegen in einer Ebene. Geben Sie eine Gleichung dieser Ebene E_1 an.

(Mögliches Ergebnis. $E_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$)

2. Gegeben sei weiter der Punkt $P(4 \mid 0 \mid 2)$. Die Gerade g_1 geht durch P und A, die Gerade g_2 durch C und D. Zeigen Sie: g_1 und g_2 sind zueinander windschief.
3. Bestimmen Sie eine Ebene E_2 welche die Gerade g_1 enthält und zur Geraden g_2 parallel verläuft. Zeigen Sie, dass eine Koordinatenform von E_2 lautet: $E_2 : 4x_1 + 9x_2 + x_3 - 18 = 0$.
4. Geben Sie unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse an, welche Lage die beiden Ebenen E_1 und E_2 zueinander haben.
5. Geben Sie die Koordinaten jener drei Punkte X_1, X_2 und X_3 an, in denen E_2 die Koordinatenachsen schneidet.
6. E_2 schneidet aus dem ersten Oktanten eine Pyramide $O X_1 X_2 X_3$ aus. Welches Volumen hat diese?
7. Welchen Winkel schließt das Dreieck X_1, X_2, X_3 mit der $x_1 - x_2$ - Ebene ein?
8. Der Punkt $S(-6 \mid -13,5 \mid -1,5)$ soll an der Ebene E_2 gespiegelt werden. Beschreiben Sie die Lösungsschritte, um den Spiegelpunkt S^* zu erhalten. Es ist keine Rechnung erforderlich.

*Ein Mensch, der alles richtig hat,
ist bald berühmt in seiner Stadt.*

Viel Erfolg!

©03-14-ku