II. Geometrie

$A(2|1|1)$, $B(3|0|-1)$, $C(4|1|0)$, $D(-2|3|6)$ 1

1\.

$$E: \vec{x} = \vec{a} + \lambda(\vec{b} - \vec{a}) + \mu(\vec{c} - \vec{a})$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$D \in E$?

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$-4 = \lambda + 2\mu \quad \Rightarrow \mu = -1$

$-2 = -2\lambda \quad \Rightarrow \lambda = -2$

$5 = -2\lambda - \mu$

$\Rightarrow 5 = 4 + 1 \Rightarrow D \in E$ ✓ eine Ebene 4

2\. $P(4|0|2)$

$$g_{AP}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$g_{CD}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \neq k \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow g_{AP} \nparallel g_{CD}$$

$g_{AP} \cap g_{CD}$?

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \sigma \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$2\sigma - 3\tau = 0 \Rightarrow \sigma = \frac{3}{2}\tau$

$-\sigma + \tau = -1 \qquad -\frac{1}{2}\tau = -1 \Rightarrow \tau = 2$

$\sigma + 3\tau = 2$

$\Rightarrow 3 + 6 \neq 2 \Rightarrow$ kein Schnittpunkt.

$\Rightarrow$ windschief. 6

3\. $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}-2\\1\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-4\\-9\\-1\end{pmatrix}$$ 1

$$E_2: \begin{pmatrix}-4\\-9\\-1\end{pmatrix}\left(\vec{x} - \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \quad E_2: \begin{pmatrix}4\\9\\1\end{pmatrix}\vec{x} - 18 = 0$$

$$\Rightarrow \quad E_2: \quad 4x_1 + 9x_2 + x_3 - 18 = 0$$ 4

4. $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$; $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix}4\\9\\1\end{pmatrix}$

$\vec{n}_1 \neq k \cdot \vec{n}_2 \Rightarrow \vec{n}_1 \nparallel \vec{n}_2 \Rightarrow$ Schnitt!

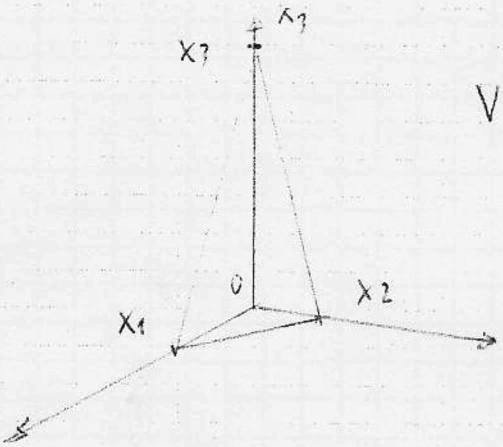
E_1 und E_2 schneiden sich in einer Geraden. 2

5. $E_2 \quad 4x_1 + 9x_2 + x_3 = 18$;

$$\frac{4}{18}x_1 + \frac{9}{18}x_2 + \frac{1}{18}x_3 = 1 \; ;$$

$\Rightarrow X1\left(\frac{9}{2}\,\middle|\,0\,\middle|\,0\right)$, $X2(0\,|\,2\,|\,0)$, $X3(0\,|\,0\,|\,18)$ 3

6.



$$V = \frac{1}{6}\left(\vec{OX}_1 \times \vec{OX}_2\right) \circ \vec{OX}_3$$

$$= \frac{1}{6}\left(\begin{pmatrix}\frac{9}{2}\\0\\0\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0\\2\\0\end{pmatrix}\right) \circ \begin{pmatrix}0\\0\\18\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{6}\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}0\\0\\18\end{pmatrix} = 27$$ 4

7.

$$\cos\varphi = \frac{\vec{n}_{E_2} \circ \vec{OX}_3}{|\vec{n}_{E_2}| \cdot |\vec{OX}_3|} = \frac{\begin{pmatrix}4\\9\\1\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{\sqrt{98} \cdot \sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{98}} = \frac{1}{7\sqrt{2}}$$ 3

$$\Rightarrow \varphi = 84{,}2^\circ$$

8. g durch $S \perp E_2$: $\quad g: \vec{x} = \vec{S} + \lambda \vec{n}_2$

$g \cap E_2 = \{F\}$; F ist Mittelpunkt von $[SS']$

$\vec{F} = \frac{1}{2}(\vec{S} + \vec{S}') \Rightarrow \vec{S}' \Rightarrow S'$. 5

G: 30