

I. Analysis

1. Ermitteln Sie das globale Maximum und das globale Minimum der Funktion  $f: f(x) = 0,5(x - 1)^2(x + 2)$ ;  $D_f = \mathbb{R}$ ,
  - a) im Intervall  $I = [-2,5; 1,5]$ .
  - b) im Intervall  $I = [-1,5; 2,5]$ .
2. Durch  $f_a: f_a(x) = x + \frac{a^2}{x} + \frac{8}{a}$ ;  $a \in \mathbb{R}^+$ ;  $D_{f_a} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , ist eine Schar von Funktionsgraphen  $G_{f_a}$  bestimmt. Finden Sie heraus, für welchen Wert  $a^*$  des Parameters  $a$  die  $y$ -Koordinate des lokalen Tiefpunkts von  $G_{f_a}$  am kleinsten ist, und zeichnen Sie  $G_{f_{a^*}}$ .
3. Gegeben ist die Schar von Funktionen  $f_k: f_k(x) = kx^2 + k - 1$ ;  $k \in \mathbb{R}$ ;  $D_{f_k} = \mathbb{R}$ .
  - a) Beschreiben Sie die Funktionsgraphen.
  - b) Skizzieren Sie die Funktionsgraphen  $G_{f_1}$ ,  $G_{f_0}$  und  $G_{f_{-1}}$ .
  - c) Für  $k \neq 0$  ist  $t_k$  die Tangente an  $G_{f_k}$  im Punkt  $P(1 | f_k(1))$ .  
Zeigen Sie, dass jede dieser Tangenten durch den Punkt  $T(0 | -1)$  verläuft.
  - d) Die Gerade  $t_k$  aus Teilaufgabe c) berandet mit den Koordinatenachsen ein Dreieck. Drücken Sie den Flächeninhalt  $A(k)$  dieses Dreiecks durch  $k$  aus und berechnen Sie  $A(-0,25)$ . Untersuchen Sie  $\lim_{k \rightarrow \infty} A(k)$ .
4. Eine gerade kreiszylindrische Medikamentenkapsel (Zylinderhöhe  $h$ ; Radiuslänge  $r$ ) mit halbkugelförmigen Enden der gleichen Radiuslänge soll eine Gesamtoberfläche der Größe  $A = 250 \text{ mm}^2$  besitzen. Ermitteln Sie (auf  $0,01 \text{ mm}$  genau) diejenigen Kapselabmessungen  $r_0$  und  $h_0$ , für die der zylindrische Teil der Kapsel maximales Volumen besitzt, und berechnen Sie das zugehörige Gesamtvolumen der Kapsel.
5. Die Abbildungen auf den vier Kärtchen zeigen die Graphen von zwei ganzrationalen Funktionen dritten Grads sowie den Graphen der ersten Ableitung der einen Funktion und den Graphen der zweiten Ableitung der anderen Funktion.
  - a) Ordnen Sie passend zu und geben Sie jeweils eine Begründung an.
  - b) Jakob legt die Kärtchen verdeckt auf den Tisch, mischt sie und zieht dann mit einem Griff „blind“ zwei Kärtchen. Wie viele verschiedene Ergebnisse kann Jakob erhalten?

