$\mathbf{M}_{ach}\mathbf{d}_{ich}\mathbf{f}_{it}$ 2
Lösungen

Mathematik M5

1. Senkrechte Tangenten bedeutet $f'(x_0) = -\frac{1}{g'(x_0)}$. $f'(x_0) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ und $g'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

   Die Suche nach senkrechten Tangenten liefert die Gleichung $\frac{1}{2\sqrt{x}} = x^2$ und damit die – etwas unschöne – Lösung $x = \frac{1}{2}\sqrt[5]{2^3}$.

2. Die Ableitungsfunktion von $f(x) = 6x - x^2$ ist $f'(x) = 6 - 2x$. f' ändert das Vorzeichen also nur bei x = 3. (Einzige Nullstelle). Ist x > 3 wird f'(x) < 0, damit f smf, für x > 3 ist es umgekehrt.

3. Denkt man sich $f(x) = \frac{x^2 - 2}{(x+2)^2}$ um Nenner ausmultipliziert, sieht man dass erstens der Zählergrad gleich dem Nennergrad ist und dass zweitens der Faktor bei der höchsten Potenz jeweils 1 ist. Deshalb y = 1 waagrechte Asymptote von G_f.

   Zerlegt man die Funktion z.B. durch Polynomdivision, so ergibt sich $f(x) = 1 - \frac{4x+6}{(x+2)^2}$ und man erkennt, dass sich f der Asymptoten von unten nähert.

4. Dir Funktion $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$ hat an der Stelle x = 0 eine Definitionslücke, also eine Polstelle oder senkrechte Asymptote. Die Gerade y = x + 1 ist schräge Asymptote.

5. Die Funktion $f(x) = 0{,}125(x^4 - 6x^2)$ hat die Ableitung $f'(x) = \frac{1}{2}(x^3 - 3x)$. Dabei ergibt sich f'(1) = -1 f'(-1) = +1. Also stehen die Tangenten in den besagten Punkten aufeinander senkrecht.

6. Die Ableitung der Funktion $f(x) = 2x + \frac{2}{x^2}$ ist $f'(x) = 2 - \frac{4}{x^3}$. Nullsetzen liefert die einzige Nullstelle $x = \sqrt[3]{2}$. Das Extremum $E\left(2^{\frac{1}{3}} \mid \frac{35}{6}\right)$ ist (z.B. unter Zuhilfenahme der.2.Ableitung) ein Minimum.