Machdichfit 3

Mathematik M4

Übungsblatt: Wiederholung der Ableitung - Ergebnisse

1. $f(x)=\frac{1}{x^2}=x^{-2}$. $f'(x)=-2\cdot x^{-3}=-\frac{2}{x^3}$
2. $f(x)=x^7$. $f'(x)=7x^6$
3. $f(x)=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$. $f'(x)=\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
4. $f(x)=2^x$. $f'(x)=2^x\cdot\ln 2$
5. $f(x)=\log_3 x$. $f'(x)=\frac{1}{x\cdot\ln 3}$
6. $f(x)=\ln x$ $f'(x)=\ln x$
7. $f(x)=5\sqrt{x}$ $f'(x)=\frac{5}{2\sqrt{x}}$
8. $f(x)=5x\sqrt{x}$ mit Produktregel: $f'(x)=5\sqrt{x}+5x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=5\sqrt{x}+\frac{5}{2}\sqrt{x}=\frac{15}{2}\sqrt{x}$

   ohne Produktregel: $f(x)=5x\cdot x^{\frac{1}{2}}=5x^{\frac{3}{2}}=$

   $f'(x)=5\cdot\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}=\frac{15}{2}\sqrt{x}$
9. $f(x)=e^x\sin x$ $f'(x)=e^x(\sin x+\cos x)$

   a. $f(x)=\frac{\sin x}{e^x}$ mit Quotientenregel:

   $f'(x)=\frac{e^x\cdot\cos x-e^x\cdot\sin x}{(e^x)^2}=\frac{e^x(\cos x-\sin x)}{e^{2x}}=\frac{\cos x-\sin x}{e^x}$

   mit Produktregel: $f(x)=e^{-x}\sin x$

   $f'(x)=e^{-x}\cos x+(-e^{-x})\sin x=e^{-x}(\cos x-\sin x)$
10. $f(x)=\frac{1-x}{1+x}$ $f'(x)=-\frac{2}{(1+x)^2}$
11. $f(x)=\frac{1-x^2}{1-x}=\frac{(1-x)(1+x)}{1-x}=1+x$. $f'(x)=1$
12. $f(x)=\frac{x^2-2x+5}{x}=x-2+\frac{5}{x}$. $f'(x)=1-\frac{5}{x^2}$
13. $f(x)=\frac{e^x}{1+x^2}$ $f'(x)=\frac{e^x(x^2+1-2x)}{(1+x)^2}=\frac{e^x(x-1)^2}{(x+1)^2}$
14. $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}$ $f'(x)=\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}$
15. $f(x)=e^{\sqrt{x}}$ $f'(x)=e^{\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$

16. $f(x)=\dfrac{\cos 2x}{e^{x}}=e^{-x}\cos 2x$ $\qquad f'(x)=e^{-x}\cdot\sin 2x\cdot 2+e^{-x}\cdot(-1)\cos 2x=$

$=e^{-x}(2\sin 2x-\cos 2x)$

17. $f(x)=\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$ $\qquad f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}}\cdot\dfrac{(-2)}{(x+1)^{2}}=-\dfrac{\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}}{(x+1)^{2}}$

18. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}$ $\qquad f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{(1-x^{2})^{3}}}$

19. $f(x)=0{,}5x\cdot e^{0{,}5x^{2}-0{,}125}$ $\qquad f'(x)=0{,}5\cdot e^{0{,}5x^{2}-0{,}125}+0{,}5x\cdot e^{0{,}5x^{2}-0{,}125}\cdot x=$

$=0{,}5(x+1)e^{0{,}5x^{2}-0{,}125}$