

## Abituraufgabe ANALYSIS

1. Die Integralfunktion  $F : x \rightarrow F(x) = \int_0^x f(t)dt$  mit  $f(t) = at^2 + bt + c$  hat an der Stelle  $x = 1$  ein relatives Extremum, an der Stelle  $x = -\frac{1}{4}$  einen Wendepunkt und an der Stelle  $x = 2$  den Wert  $F(2) = \frac{2}{3}$ .
- a) Bestimmen die Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$ , geben Sie  $f(x)$  an und bestätigen Sie, dass  $F(x)$  in integralfreier Form als  $F(x) = \frac{1}{12}(4x^3 + 3x^2 - 18x)$  geschrieben werden kann.
- b) Berechnen Sie den Inhalt jenes Flächenstücks  $A$ , welches der Graph von  $f$  mit der  $x$ -Achse einschließt.
- c) Wie lässt sich  $A$  durch Funktionswerte von  $F$  darstellen?
2. Gegeben sei die Funktion  $g : x \rightarrow g(x) = x^3 + 2x$  mit  $D = \mathbb{R}$ .
- a) Geben Sie eine integralfreie Form jener Integralfunktion  $G_1$  von  $g$  an, die an der Stelle  $x = 1$  eine Nullstelle besitzt.
- b) Bestimmen Sie jene Stammfunktion  $G_2$  von  $g$ , die den Punkt  $P(-2;10)$  enthält.
- c) Zeigen Sie, dass die in b) bestimmte Funktion  $G_2$  keine Integralfunktion zu  $g$  ist.
3. Gegeben sei die Funktionenschar  $f_c : x \mapsto f_c(x) = \frac{1}{3}(cx^2 - 2x^3)$  mit  $D = \mathbb{R}$  und  $c > 0$ .
- a) Bestimmen Sie, abhängig von  $c$ , Nullstellen, Lage und Art der Extremstellen, sowie die Wendepunkte der Schar.
- b) Zeichnen Sie für  $c = 3$  und  $c = 6$  die Graphen der zugehörigen Scharkurven.
- c) Die Gerade  $g$  schneidet die Scharkurve zu  $f_c$  in den Punkten  $P(0;?)$  und  $Q(c;?)$ . Zeigen Sie, dass  $g$  in der Form  $g : c^2x + 3y = 0$  geschrieben werden kann.
- d) Berechnen Sie den Inhalt jenes Flächenstücks, welches ganz von  $g$  und dem Graphen von  $f_c$  eingeschlossen wird.
- e) Für welchen Wert von  $c$  nimmt dieses Flächenstück den Wert  $\frac{16}{9}$  an?