Oberstufe Mathematik

Wiederholung von Grundlagen – 2

a) $f(x) = x^3 + x^2 - 9x - 9$	Man findet durch Raten: $x_0 = 3$. Die Polynomdivision $(x^3 + x^2 - 9x - 9) : (x - 3)$ ergibt $x^2 + 4x + 3$ und damit die weiteren Nullstellen $x_1 = -3$ und $x_2 = -1$.
b) $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x - 2$	Man dividiert die Gleichung f(x) = 0 zunächst durch 2. Durch Raten findet man: $x_0 = 1$. Die Polynomdivision $(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) : (x - 1)$ ergibt als Restpolynom $x^2 - 2x + 1$ und damit die x = 1 als weitere 2 Nullstellen. Insgesamt erhält man also x = 1 als dreifache Nullstelle (berührender Schnitt; Terrassenpunkt). ... Man könnte auch wissen, dass mit $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)^3$ eine binomische Formel vorliegt!
c) $f(x) = x^4 - 12x^3 + 21x^2 + 98x$	Man klammert zunächst x aus. Das heißt, dass $x_0 = 0$ die erste Nullstelle ist. Weiter errät man $x_1 = -2$. Die Polynomdivision $(x^3 - 12x^2 + 21x + 98) : (x + 2)$ ergibt als Restpolynom $x^2 - 14x + 49$ und damit x =-7 als weitere, zweifache, Nullstelle.

2.

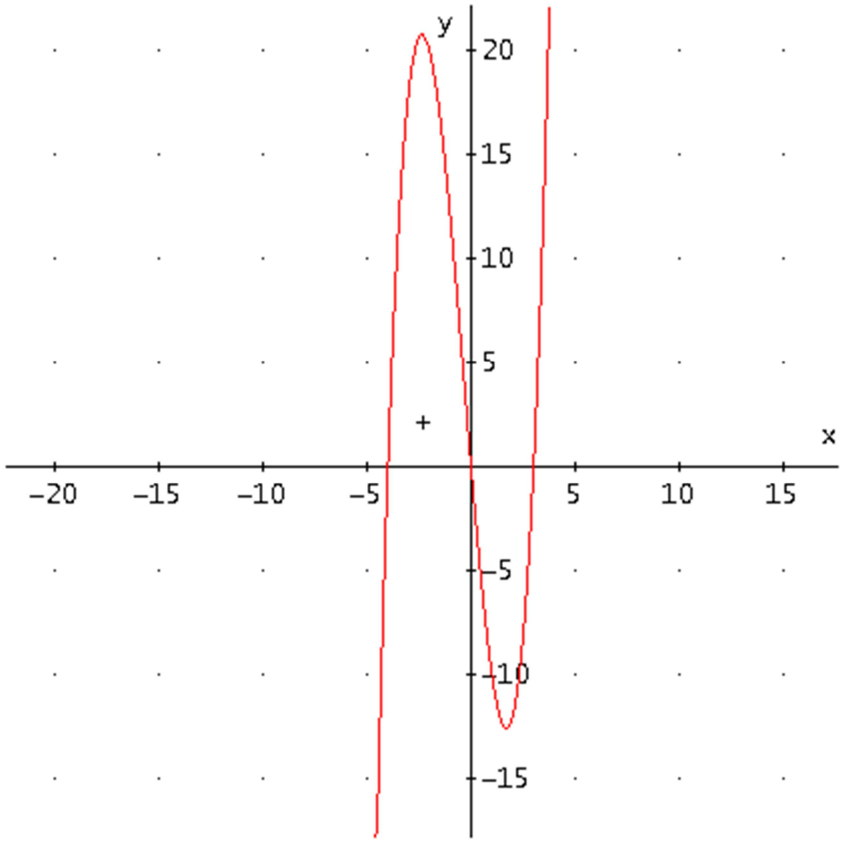
a) $f(x) = (x + 2)^2$	x = -2; doppelte Nullstelle (Scheitel auf der x – Achse)
b) $f(x) = (x^2 + 2)^2$	da $x^2 + 2 = 0$ keine reelle Lösung hat, gibt es keine Nullstellen
c) $f(x) = x^2(x - 2)(x + 2)^3$	x = 0 zweifach, x = 2 einfach, x = -2 dreifach

3. Die Graphen befinden sich auf der Rückseite!

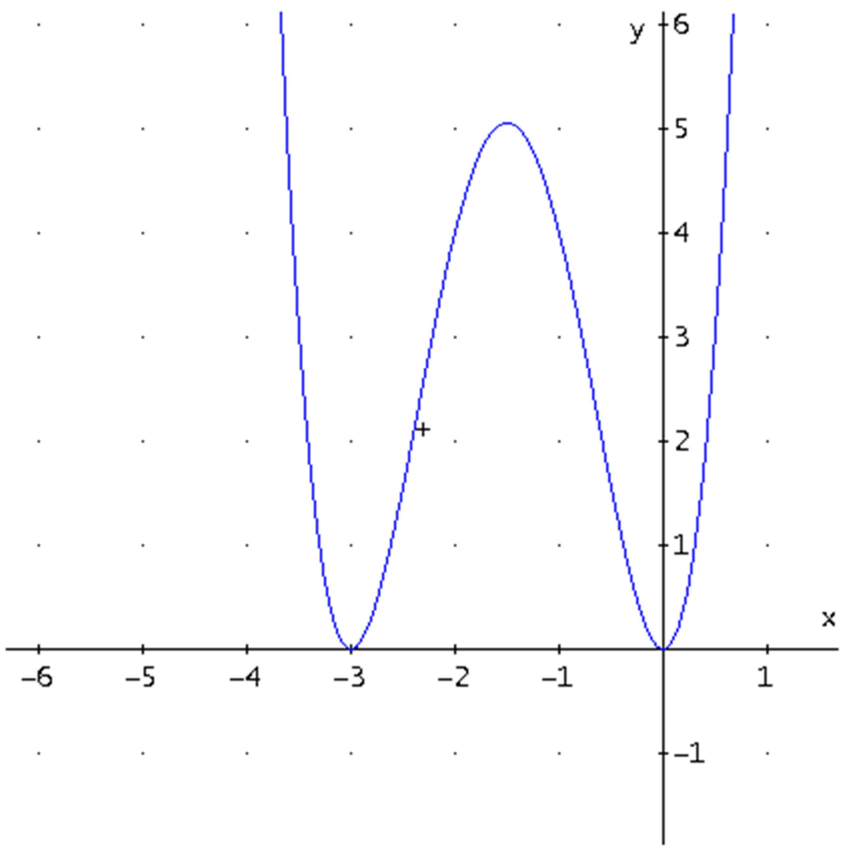
a) $f(x) = x^3 + x^2 - 12x$	x ausklammern, dann quadratische Gleichung lösen. $f(x) = x^3 + x^2 - 12x = x(x - 3)(x + 4)$
b) $f(x) = x^4 + 6x^3 + 9x^2$	x^2 ausklammern. Der Rest ist eine binomische Formel! $f(x) = x^4 + 6x^3 + 9x^2 = x^2(x + 3)^2$
c) $f(x) = -x^5 + 13x^3 - 36x$	Man klammert zunächst –x aus. Die verbleibende Gleichung $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ ist durch die Substitution $u = x^2$ auf die Hilfsgleichung $u^2 - 13u + 36 = 0$ zurückzuführen. Diese hat die Lösungen $u_1 = 4$ und $u_2 = 9$. Damit ergeben sich für f die weiteren Nullstellen $x_1 = -2$, $x_2 = +2$, $x_3 = -3$ und $x_4 = +3$. Insgesamt wird also $f(x) = -x(x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$
d) $f(x) = x^4 + x^3 - 9x^2 + 11x - 4$	Raten liefert z.B. x = 1 als Lösung. Nach der Polynomdivision muss man nochmals raten und findet vielleicht wieder x = 1. Nach weiterer PolyDiv ergibt sich $x^4 + x^3 - 9x^2 + 11x - 4 = (x + 4)(x - 1)^3$. Sollte man natürlich erkannt haben, dass x = -4 eine Lösung ist, ergibt sich sofort als Restpolynom $(x - 1)^3$!!

Graphen zu Aufgabe 3:

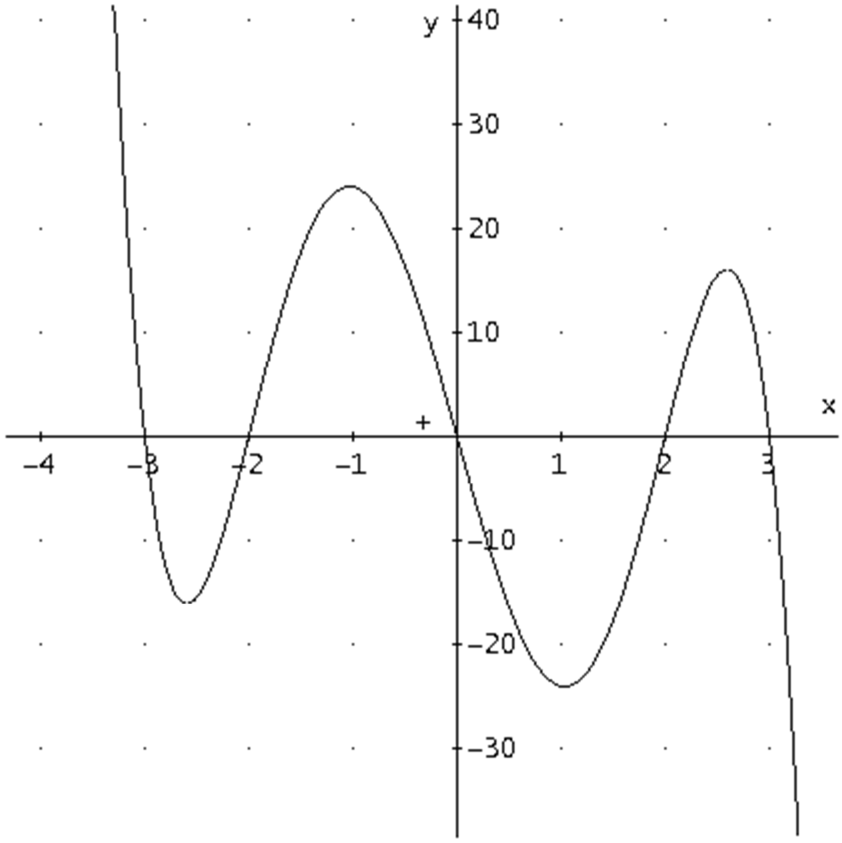
a)



b)



c) Beachte die Verzerrung des Maßstabs!



d) Beachte die Verzerrung des Maßstabs!