# Kurzaufgaben Analysis – I – Lösungen

1. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1; f'(x) = 3x^2 - 4x; f''(x) = 6x - 4;$
   Der Wendepunkt ergibt sich aus $f''(x) = 0$ also x= $\frac{2}{3}$ mit $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{11}{27}$.
   Die Steigung im Wendepunkt ist $f'\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3}$.
   Die Wendetangente erhält man mit $\frac{y-\frac{11}{27}}{x-\frac{2}{3}} = -\frac{4}{3}$, also y =$\frac{35-36x}{27}$.
   Damit erhält man die Schnittpunkte mit den Achsen als X($\frac{35}{36}$|0) und Y(0 | $\frac{35}{27}$).

2. Es ist $f(-x) = \ln[(-x)^2 + 1] = \ln(x^2 + 1) = f(x)$. Damit ist die Achsensymmetrie zur y-Achse gezeigt. Die Ableitungsfunktion ist $f'(x) = \frac{2x}{x^2+1}$.

3. Im Aufgabentext ist das Wort *ganzrational* falsch. Es muss es heißen: Eine (gebrochen)rationale Funktion ...
   Die gesuchte Funktion kann z.B. folgenden Term haben: $f(x) = \frac{-2x}{x+3}$.

4. Die Funktion $f(x) = 2\cos(x - \pi)$ geht aus der Funktion g(x) = cos x dadurch hervor, dass der Graph von g zunächst um π nach rechtsverschoben wird und dann um den Faktor 2 in y-Richtung gestreckt wird. Einfacher lässt sich f(x) = - 2 cos x schreiben.

5. Da der Nenner der Funktion stets positiv ist, ist $D_f = \mathbb{R}$. Für die Wertemenge löst man den Funktionsterm nach x auf:
   $y = \frac{2-x^2}{x^2+2} \Longrightarrow x^2 = \frac{1-y}{1+y}$ . Damit x reelle Werte annimmt, müssen also Zähler und Nenner des Bruchs beide Positiv oder beide negativ sein:
   $(1 - y \geq 0) \wedge (y + 1 < 0) \Rightarrow (y \leq 1) \wedge (y > -1)$. Damit wird $W_f = ]-1; +1]$.
   Der zweite Fall für negativen Zähler und Nenner führt zum Widerspruch.