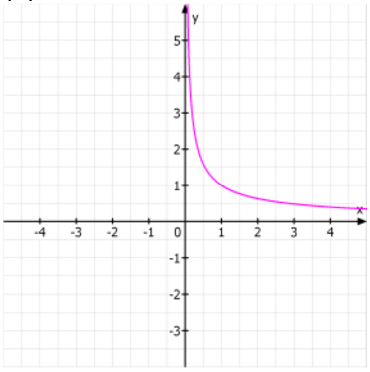
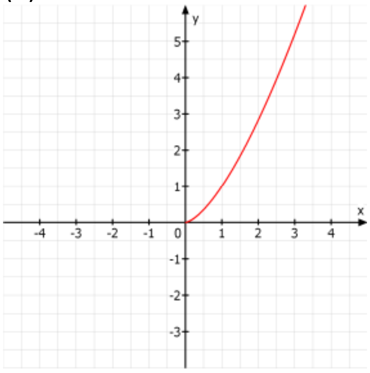
Kurzaufgaben Analysis – II - Lösungen

1. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$, $g(x) = x^{\frac{1}{4}}$ und $h(x) = x^{-\frac{2}{3}}$ sowie die Graphen

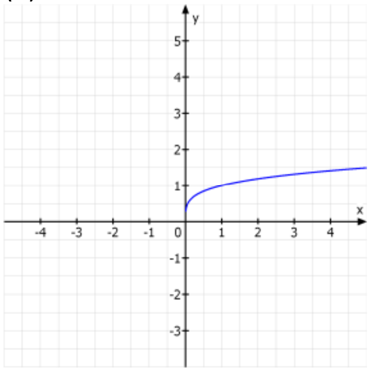
(1)



(2)



(3)



a) Ordnen Sie den Funktionstermen den richtigen Graphen zu.
Zu f gehört Graph (2), zu g Graph (3) und zu h Graph (1).

b) Welcher der Ableitungsterme $\mathrm{a(x)} = -\frac{2}{3\cdot \mathrm{x}^{\frac{5}{3}}}$, $\mathrm{b(x)} = \frac{1}{4}\mathrm{x}^{-\frac{3}{4}}$, $\mathrm{c(x)} = 1{,}5 \cdot \sqrt{\mathrm{x}}$ gehört zu welcher Funktion?

$\mathrm{a(x)} = -\frac{2}{3\cdot \mathrm{x}^{\frac{5}{3}}} = h'(x)$, $\mathrm{b(x)} = \frac{1}{4}\mathrm{x}^{-\frac{3}{4}} = g'(x)$, $\mathrm{c(x)} = 1{,}5 \cdot \sqrt{\mathrm{x}} = f'(x)$.

2. Bestimmen Sie den Inhalt jenes Flächenstücks, welches der Graph der Funktion $\mathrm{f(x)} = -\mathrm{x}(2-\mathrm{x})$ mit der x-Achse einschließt.
$A = \int_0^2 -x(2-x)dx = -\frac{4}{3}$. Also hat das Flächenstück den Inhalt $\frac{4}{3}$.

3. Untersuchen Sie, ob die Funktion $\mathrm{f(x)} = \mathrm{e}^{|1-\mathrm{x}|}$ an der Stelle x = 1 differenzierbar ist.
Es ist $f(x) = \begin{cases} e^{1-x} \text{für } 1-x \geq 0 \\ e^{x-1} \text{für } 1-x < 0 \end{cases}$. Damit $f'(x) = \begin{cases} -e^{1-x} \text{ für } 1-x \geq 0 \\ e^{x-1} \text{ für } 1-x < 0 \end{cases}$
So ergibt sich $\lim_{x\to 1+0} e^{x-1} = +1$ und $\lim_{x\to 1-0} e^{1-x} = -1$. Daher ist f and er Stelle x=1 nicht diffbar.

4. Geben Sie eine Nullstelle der Integralfunktion $\int_{-2}^{\mathrm{x}} (\mathrm{t}^3 + 2\mathrm{t})\mathrm{dt}$ an.
Da jede Integralfunktion an ihrer unteren Grenze eine Nullstelle hat, ist x = -2 eine Nullstelle dieser Integralfunktion.

5. In welchen Punkten hat der Graph der Funktion $\mathrm{f(x)} = \frac{1}{18}\mathrm{x}^3 + \frac{1}{2}\mathrm{x}^2$ die Steigung $-\frac{9}{2}$?
Es ist $f'(x) = \frac{1}{6}x^2 + x$. Die Gleichung $\frac{1}{6}x^2 + x = -\frac{9}{2}$ hat keine reelle Lösung, daher gibt es keinen Punkt für die oben genannte Bedingung.