

K13/1 ** 1. Klausur im Grundkursfach Mathematik m3 ** 18.01.2010

Achten Sie darauf, dass alle Lösungsschritte nachvollziehbar sein müssen!

1. Gegeben sind vier Punkte im \mathbb{R}^3 : $A(2 \mid 1 \mid 1)$, $B(3 \mid 0 \mid -1)$, $C(4 \mid 1 \mid 0)$ und $D(-2 \mid 3 \mid 6)$.

a) Zeigen Sie: A, B, C, und D liegen in einer Ebene. Geben Sie eine Gleichung dieser Ebene E_1 an.

(Mögliches Ergebnis: $E_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$)

b) Bestimmen Sie jene Spurgerade von E_1 , welche in der $x_1 - x_2$ - Ebene liegt.

c) Gegeben sei weiter der Punkt $P(4 \mid 0 \mid -2)$. Die Gerade g_1 geht durch P und A, die Gerade g_2 durch C und D. Zeigen Sie: g_1 und g_2 sind zueinander windschief.

d) Geben Sie eine Gleichung jener Ebene E_2 an, welche g_1 enthält und welche zu g_2 parallel liegt.

(Mögliches Ergebnis: $E_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$)

e) Berechnen Sie die Koordinatengleichung von E_2 und geben Sie jene Punkte an, in denen E_2 die Koordinatenachsen schneidet.

2. Eine Kugel mit dem Radius $r = 15$ liegt so im ersten Oktanten, dass sie die drei Koordinatenebenen berührt.

a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts M der Kugel sowie die der drei Berührungspunkte P_{12} , P_{13} und P_{23} .

b) Die Ebene E steht senkrecht auf der $x_1 -$ Achse und berührt die Kugel. Geben Sie die Koordinaten des Berührungspunkts P und eine Gleichung der Ebene E in Koordinatenform an.

c) Die Kugel rollt nun so auf der $x_1 - x_2$ - Ebene, dass sie stets die Ebene E berührt. Geben Sie eine Gleichung jener Geraden an, auf der die Kugel rollt.

Viel Erfolg!

01-10-ku