Q11 / 2 *** 1. Klausur M3 *** 15.07.10 BE

(I)

1. $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 6x_1 - 8x_2 - 4x_3 = 140$

$R(0|0|0)$

$S(4|-1|7)$

R: $0 < 140$ R liegt innerhalb

S: $4^2 + (-1)^2 + 7^2 + 6 \cdot 4 + 8 \cdot 1 - 4 \cdot 7 =$

$16 + 1 + 49 + 24 + 8 - 28 <$

$98 < 140$

$$\left[\begin{array}{l} x_1^2 + 6x_1 + 3^2 + x_2^2 - 8x_2 + 4^2 + x_3^2 - 4x_3 + 2^2 \\ = (x_1+3)^2 + (x_2-4)^2 + (x_3-2)^2 = 169 \end{array} \right]$$

R und S liegen innerhalb der Kugel. 6

---

2. $A(3|-3|0)$ $S(0|0|12)$

a) $B(3|3|0)$

$C(-3|3|0)$

$D(-3|-3|0)$ 4

b) $\varepsilon = \measuredangle(SB; SD)$

$$\vec{SB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$\vec{SD} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$\cos \varepsilon = \frac{-9 - 9 + 144}{\sqrt{9+9+144} \cdot \sqrt{9+9+144}} = \frac{126}{162} = \frac{7}{9}$$

$\Rightarrow \varepsilon = 38.9°$ 5

c) $V = 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\vec{AB} \times \vec{AD} \right) \circ \vec{AS}$

$= \frac{1}{3} \cdot \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \circ \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix} =$

$= \frac{1}{3} \cdot \left[\begin{pmatrix} 6 \cdot 0 - 0 \cdot 0 \\ -(0 \cdot 0 - (-6 \cdot\ )) \\ 0 \cdot 0 - (-6 \cdot 6) \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix} \right] =$

$= \frac{1}{3} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 36 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix} \right] =$

$= \frac{1}{3} \cdot \left(0 \cdot 3 + 0 \cdot 3 + 36 \cdot 12 \right) = \frac{1}{3} \cdot 432 =$

$= 144 \ [VE]$ 6

d) $O = \overline{AB}^2 + 4 \cdot A_{\Delta ABC}$

$\overline{AB} = 6$

$\overline{FS} = \sqrt{3^2 + 12^2} = \sqrt{153}$

$\Rightarrow O = 36 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{153} =$

$= 36 + 12\sqrt{153} = 36 + 36\sqrt{17} = 184{,}4 \ [FE]$ 6

e) Pyramide: $h = 12$

Stumpfhöhe: $12 - 6 = 6$

$V_{Stumpf} = V_P - V_{kleiPy} =$

$= V_P - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \frac{1}{2} \overline{AD} \cdot \frac{1}{2} h \right) =$

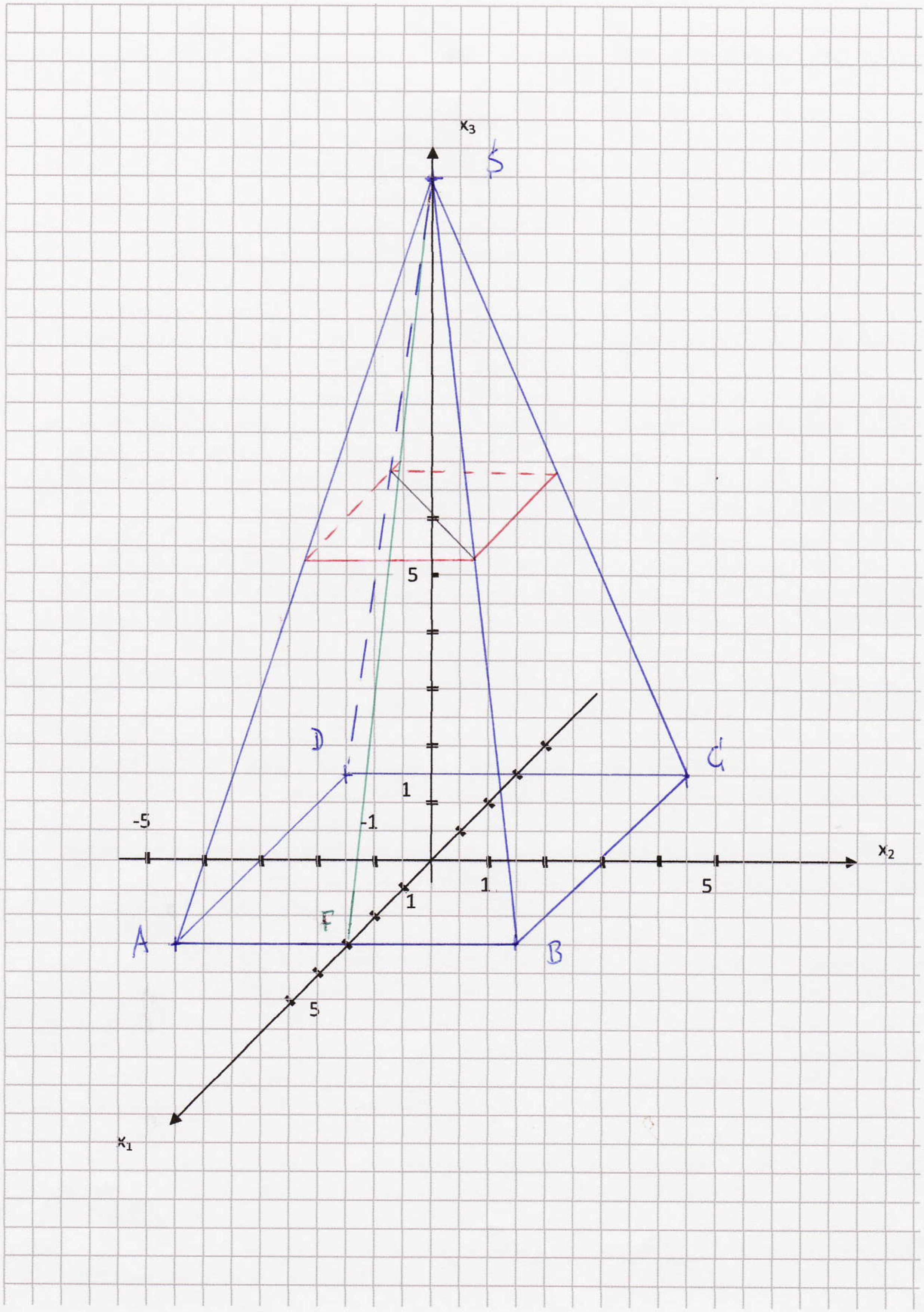
$= V_P - \frac{1}{8} \cdot V_P = \frac{7}{8} V_P$

$= 144 \cdot \frac{7}{8} = 126 \ [VE]$ 5

32

Q11/ 2 *** 1. Klausur aus der Mathematik - Kurs M3 *** 15.07.2010

Beiblatt 2 – Ist mit der Klausur abzugeben. Name: ________________



II

1. $f(x) = \frac{1}{3}\ln(x^2-3)$

Nst: $\frac{1}{3}\ln(x^2-3) = 0$

$\Leftrightarrow \quad x^2-3 = 1$

$\Leftrightarrow \quad x^2 = 4$

$x = \pm 2 \qquad (-2|0) \quad (2|0)$

$(-2)^2-3>0\,;\; 2^2-3>0 \Rightarrow$ existieren!

$f'(x) = \frac{1}{3}\frac{1}{x^2-3}\cdot 2x = \frac{2x}{3(x^2-3)}$ 6

2. $f(x) = -x\cdot e^{-x}$

a) $f(x)=0 \Leftrightarrow x=0$, da $e^{-x}\neq 0 \;\forall x\in\mathbb{R}$

Nst $(0|0)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x\cdot \underbrace{e^{-x}}_{\to 0}\right) = 0$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\underbrace{-x}_{\to+\infty}\cdot \underbrace{e^{-x}}_{\to+\infty}\right) = +\infty$ 6

b) $f'(x) = (-1)\cdot e^{-x} + (-x)\cdot e^{-x}\cdot(-1)$

$= -e^{-x} + xe^{-x} = (x-1)e^{-x}$

$\left[= \frac{x-1}{e^x}\right]$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1 \qquad f(1) = -1\cdot e^{-1} = -\frac{1}{e}$

für $x>1$ ist $f'(x)>0$, da $e^x>0$

$x<1$ ist $f'(x)<0$, da $e^x>0$

$\Rightarrow$ f ist sms für $x>1$, smf für $x<1$ $\Rightarrow$ Min $\left(1\,\middle|\,-\frac{1}{e}\right)$ 8

c) $f'(0) = \frac{0-1}{e^0} = -1$

$f'(1) = 0$

für $x > 1$ wird $f'(x) \to 0$

Tangentensteigung wird immer flacher

für $x < 1$ wird $f'(x) \to -\infty$

steiler mit negativem Vorzeichen. 6

d) (3), (4) ausgeschlossen, da Monotonieverhalten nicht stimmt

(1) ausgeschlossen, da $f(1) = -\frac{1}{e} \approx -0{,}37$

(2) ist der richtige Graph. 4

30

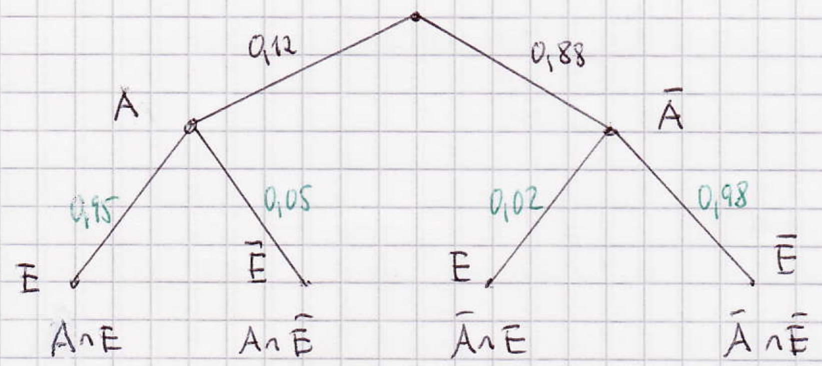
III

1. A = „Ausschuss"

E = „Einheit Defekt"

a)/b) $P(A) = 0{,}12$

$P_A(E) = 0{,}95$ $\qquad P_{\bar{A}}(\bar{E})$



6

c) $P(E) = P(A \cap E) + P(\bar{A} \cap E)$

$= 0{,}12 \cdot 0{,}95 + 0{,}88 \cdot 0{,}02 = 0{,}132$

$= 13{,}2\,\%$ 4

d) $$P_{\bar{E}}(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{E})}{P(A) \cdot P_A(\bar{E}) + P(\bar{A}) \cdot P_{\bar{A}}(\bar{E})}$$

$$= \frac{0{,}88 \cdot 0{,}98}{0{,}12 \cdot 0{,}05 + 0{,}88 \cdot 0{,}98} = 0{,}993$$

$= 99{,}3\,\%$ 6

---

2. w = „weiblich" ; $\bar{w}$ = „männlich"

a = „kauft am Abend ein" ; $\bar{a}$ = „kauft... nicht ein"

$P(w) = 0{,}6$

$P(a) = 0{,}5$

a)

	w	$\bar{w}$	
a	0,45	0,05	0,5
$\bar{a}$	0,15	0,35	0,5
	0,6	0,4	1,0

6

b)

$P(M) = 1 - P(W) = 0{,}40$

$P(A) = 0{,}50$

$P(M) \cdot P(A) = 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}2$

$P(A \cap M) = 0{,}05 \neq 0{,}2$ abhängig! 5

27

Σ_{ges} 89

h.